



Proves d'accés a la universitat

Convocatòria 2014

Matemàtiques

Sèrie 5

Responeu a CINC de les sis qüestions següents. En les respostes, expliqueu sempre què voleu fer i per què.

Cada qüestió val 2 punts.

Podeu utilitzar calculadora, però no s'autoritzarà l'ús de calculadores o altres aparells que portin informació emmagatzemada o que puguin transmetre o rebre informació.

1. Siguin r i s les rectes de \mathbb{R}^3 que tenen les equacions següents:

$$r: x + 5 = y - 5 = \frac{z - 3}{2} \quad \text{i} \quad s: \frac{x - 3}{2} = \frac{y - 2}{3} = \frac{z + 1}{-1}.$$

- a) Estudieu el paral·lelisme i la perpendicularitat entre les rectes r i s .

[1 punt]

- b) Trobeu l'equació general (és a dir, que té la forma $Ax + By + Cz = D$) del pla π que conté la recta r i és paral·lel a la recta s . Calculeu la distància entre la recta s i el pla π obtingut.

[1 punt]

2. Siguin les funcions $f(x) = \frac{e^{ax} + b}{4}$ i $g(x) = +\sqrt{3x + 4}$.

- a) Determineu el domini i el recorregut de la funció g .

[1 punt]

- b) Calculeu per a quins valors de a i de b les gràfiques de les dues funcions són tangents (és a dir, tenen la mateixa recta tangent) en el punt d'abscissa $x = 0$.

[1 punt]

3. Considereu el sistema d'equacions lineals $\begin{cases} mx - y = m \\ 3x + (m - 4)y = m + 2 \end{cases}$, per a $m \in \mathbb{R}$.

- a) Discutiu el sistema d'equacions per als diferents valors del paràmetre m .

[1 punt]

- b) Resoleu el sistema en aquells casos en què el sistema sigui compatible.

[1 punt]

4. Sabem que una funció f té per derivada la funció $f'(x) = (3x - 2)^2 (x - 2)$.
- a) Calculeu els valors de x en què la funció f té un màxim relatiu, un mínim relatiu o un punt d'inflexió, i indiqueu en cada cas de què es tracta.
[1 punt]
- b) Determineu la funció f sabent que s'anulla en el punt d'abscissa $x = 2$.
[1 punt]

5. Donats els vectors $\mathbf{u} = (2, -1, 0)$, $\mathbf{v} = (-1, 3, 4)$ i $\mathbf{w} = (0, 3a - 1, 4a)$,
- a) Calculeu els valors del paràmetre a perquè els vectors \mathbf{u} , \mathbf{v} i \mathbf{w} siguin linealment dependents.
[1 punt]
- b) Calculeu els valors del paràmetre a perquè un tetraedre d'arestes \mathbf{u} , \mathbf{v} i \mathbf{w} tingui un volum de $2/3$ d'unitats cúbiques.
[1 punt]

6. Considereu l'equació matricial $\mathbf{X} \cdot \mathbf{A} = \mathbf{B}$, en què

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ a & -3 & a-1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ i } \mathbf{B} = \begin{pmatrix} -3 & -2 & -4 \\ 5 & -2 & 5 \end{pmatrix}.$$

- a) Per a quins valors del paràmetre a l'equació matricial té una solució única?
[1 punt]
- b) Trobeu la matriu \mathbf{X} que satisfà l'equació matricial quan $a = 3$.
[1 punt]

